Mai 2019

Admission aux études d'Ingénieur Civil

Simulation d'examen

Répondez à chaque question sur une feuille séparée. N'utilisez pas de crayon ou de rouge. Indiquez nom, prénom, et le numéro de la question sur chaque feuille. Si vous ne répondez pas à une question, remettez une feuille blanche. La calculatrice n'est pas autorisée. L'examen se termine à 12h.

Question 1

La *suite de Fibonacci* est une suite d'entiers naturels définie par récurrence : $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ et, pour tout $n > 1$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. On demande de démontrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$f_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}.$$

Suggestion. L'égalité peut se démontrer par récurrence.

Question 2

On considère, dans $\mathbb{C}$, le polynôme P tel que $P(z) = z^{12} + z^7 + z^5 + 1$.

(a) Combien admet-il de racine(s) réelle(s) ?

(b) Combien admet-il de racines non réelles ?

(c) Que vaut la somme des racines non réelles ?

(d) Que vaut le produit des racines non réelles ?

Chaque réponse doit être justifiée.

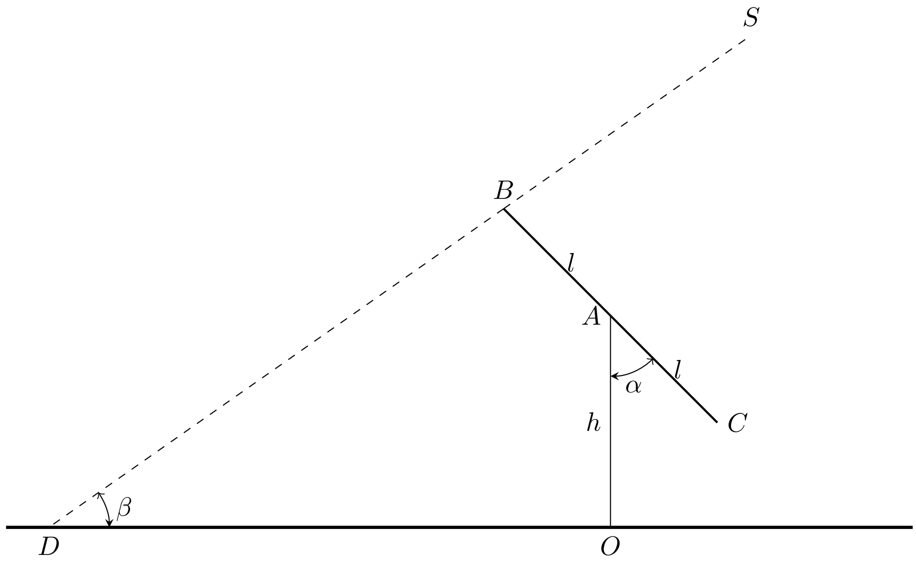
Suggestion. Le polynôme se factorise facilement.

Question 3

Voir verso.

Question 3

Un panneau photovoltaïque BC est installé au sommet d'un pylône OA de hauteur h. Un mécanisme permet de modifier l'inclinaison α du panneau photovoltaïque par rapport à la direction verticale. Le panneau photovoltaïque de dimension totale $2l$ est fixé de manière symétrique au pylône ($\overline{AB} = \overline{AC} = l$) et est orienté plein sud pour faire face au soleil lorsque ce dernier se trouve au zénith. Lorsque l'angle d'inclinaison du soleil par rapport à l'horizon est de β, le panneau génère une ombre derrière lui jusqu'au point D. La situation est représentée sur la coupe nord-sud ci-dessous. Pour simplifier, on considère que le soleil est une source lumineuse ponctuelle.



On demande :

(a) d'évaluer l'extension de cette ombre en calculant la distance $\overline{OD}$ de manière analytique en fonction des grandeurs h, l, α et β.

(b) d'utiliser la relation obtenue au point précédent pour déterminer la valeur de l'inclinaison α pour laquelle la distance $\overline{OD}$, exprimée en mètres, vaut exactement $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$ et pour laquelle $l = 0.5\,\mathrm{m}$, $h = 1\,\mathrm{m}$ et $\beta = \pi/6$.

Algèbre - Solution type

Répondre aux deux questions sur **deux feuilles séparées**; ne **pas** utiliser de **crayon** ni de **rouge**. Indiquer sur chaque feuille le nom et le prénom en caractères d'imprimerie, le numéro d'étudiant, ainsi que le numéro de la question. **Les calculatrices sont interdites.**

Question 1. La *suite de Fibonacci* est une suite d'entiers naturels définie par récurrence: $f_0 = 0$, $f_1 = 1$ et, pour tout $n > 1$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. On demande de démontrer que, pour tout entier naturel n, on a:

$$f_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}\,.$$

Suggestion. L'égalité peut se démontrer par récurrence.

Solution.
Pour $n = 0$, l'égalité étudiée se réduit à $0 = 0$; pour $n = 1$, elle se réduit à $1 = 1$. Pour compléter la preuve par récurrence, on se donne un $n > 1$ quelconque, et on établit l'égalité pour ce n, en supposant qu'elle est acquise pour les valeurs plus petites que ce n, et en particulier pour $n-1$ et $n-2$. Pour simplifier les écritures, on pose

$$\rho = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ et } \sigma = \frac{1-\sqrt{5}}{2}\,.$$

On a

$$\begin{aligned}
f_n &= f_{n-1} + f_{n-2}\,; \\
&= \frac{\rho^{n-1} - \sigma^{n-1}}{\sqrt{5}} + \frac{\rho^{n-2} - \sigma^{n-2}}{\sqrt{5}}\,; \\
&= \frac{\rho^{n-1} - \sigma^{n-1} + \rho^{n-2} - \sigma^{n-2}}{\sqrt{5}}\,; \\
&= \frac{(\rho^{n-1} + \rho^{n-2}) - (\sigma^{n-1} + \sigma^{n-2})}{\sqrt{5}}\,; \\
&= \frac{(\rho+1)\rho^{n-2} - (\sigma+1)\sigma^{n-2}}{\sqrt{5}}\,; \\
&= \frac{\rho^2\rho^{n-2} - \sigma^2\sigma^{n-2}}{\sqrt{5}} \text{ (voir ci-dessous)}\,; \\
&= \frac{\rho^n - \sigma^n}{\sqrt{5}}\,.
\end{aligned}$$

La seule étape non immédiatement évidente est la vérification des égalités $\rho^2 = \rho + 1$ et $\sigma^2 = \sigma + 1$. On a

$$\left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1 \pm 2\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} + 1\,,$$

ce qui achève la démonstration.

Question 2. On considère, dans $\mathbb{C}$, le polynôme P tel que $P(z) = z^{12} + z^7 + z^5 + 1$.

- Combien admet-il de racine(s) réelle(s)?
- Combien admet-il de racines non réelles?
- Que vaut la somme des racines non réelles?
- Que vaut le produit des racines non réelles?

Chaque réponse doit être justifiée.
Suggestion. Le polynôme se factorise facilement.

Rappels théoriques. Un polynôme de degré n admet n racines complexes $z_1, \ldots, z_n$; on a

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_0 = a_n (z - z_1) \cdots (z - z_n)\,.$$

En développant le membre de droite et en identifiant terme à terme, on obtient notamment

$$a_{n-1} = -a_n (z_1 + \cdots + z_n) \text{ et } a_0 = (-1)^n\, a_n\, z_1 \cdots z_n\,,$$

ce qui rend immédiat le calcul de la somme et du produit des racines d'un polynôme.
D'autre part, d'après la formule de A. de Moivre, l'équation $z^n = -1 = \operatorname{cis}\pi$ admet n solutions distinctes qui forment l'ensemble $\{\operatorname{cis}((2k+1)\pi/n) : k = 0, \ldots, n-1\}$. On note que, si n est impair, la seule racine réelle du polynôme $R(z) = z^n + 1$ est $\operatorname{cis}\pi$, c'est-à-dire -1; si n est pair, il n'y a aucune racine réelle.

Solution. On commence par factoriser le polynôme:

$$P(z) = (z^5 + 1)(z^7 + 1)\,.$$

Le premier facteur admet cinq racines distinctes; leur somme vaut 0 et leur produit vaut -1; la seule racine réelle est -1 donc la somme des racines non réelles est 1 et leur produit est 1.
Le second facteur admet sept racines distinctes; leur somme vaut 0 et leur produit vaut -1; la seule racine réelle est -1 donc la somme des racines non réelles est 1 et leur produit est 1.
En conséquence, le polynôme P admet douze racines; -1 est une racine réelle double; les dix autres racines sont non réelles. La somme des racines non réelles de P est 2 et leur produit est 1.

Remarques. La méthode de Horner permet d'obtenir la décomposition suivante:

$$P(z) = (z+1)^2\,(z^{10} - 2z^9 + 3z^8 - 4z^7 + 5z^6 - 5z^5 + 5z^4 - 4z^3 + 3z^2 - 2z + 1)\,.$$

Elle permet aussi de déterminer que le second facteur n'a pas de racines réelles *rationnelles* mais il n'est a priori pas possible d'exclure l'existence de racines réelles *irrationnelles*. (Par exemple, le polynôme $Q(z) = z^2 - 2$ admet les racines réelles irrationnelles $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.) Pour cette raison, la méthode de Horner n'était pas le meilleur choix ici.
Certains élèves ont aussi négligé le moyen simple et direct de calcul de la somme et du produit des racines; ils ont alors facilement déterminé l'ensemble des racines, à savoir la réunion des ensembles

$$E_5 = \{\operatorname{cis}(\pi/5), \operatorname{cis}(3\pi/5), \operatorname{cis}(5\pi/5), \operatorname{cis}(7\pi/5), \operatorname{cis}(9\pi/5)\}$$

et

$$E_7 = \{\operatorname{cis}(\pi/7), \operatorname{cis}(3\pi/7), \operatorname{cis}(5\pi/7), \operatorname{cis}(7\pi/7), \operatorname{cis}(9\pi/7), \operatorname{cis}(11\pi/7), \operatorname{cis}(13\pi/7)\}\,.$$

Ils ont alors tenté de répondre aux dernières sous-questions en calculant directement la somme et le produit demandés, ce qui est assez fastidieux; il était nettement plus commode d'éviter ce calcul.

Remarques générales

Quoique certaines copies soient excellentes, les correcteurs ont noté qu'une proportion inquiétante de participants n'avaient pas bien lu les consignes (même "une feuille par question"!); les correcteurs ont aussi remarqué certaines erreurs et lacunes fréquentes, d'ailleurs observées aussi lors d'examens des années précédentes, et liées aux trois points suivants:

- Une compréhension insuffisante du principe de récurrence, avec pour conséquence une mise en œuvre maladroite de celui-ci;
- Un usage abusif de la méthode (ou grille) de Horner pour la factorisation des polynômes;
- Un entraînement insuffisant au calcul sur les nombres complexes.

Les trois paragraphes qui suivent ont pour but d'améliorer cette situation. Rappelons d'abord l'importance de la documentation fournie sur la page `https://www.facsa.uliege.be/cms/c_3232092/fr/facsa-questions-des-editions-precedentes` du site de la Faculté des Sciences appliquées.
En ce qui concerne l'algèbre, deux documents sont fournis.
A partir du lien "Epreuve d'algèbre" (haut de la page), on accède via la page de Pascal Gribomont au fichier PDF (67 pages actuellement) contenant toutes les questions posées aux examens officiels depuis 2003, avec solutions. Il comporte aussi des remarques utiles pour éviter des erreurs trop fréquentes. Tous les candidats devraient le consulter au cours de leur préparation à l'examen. Comme chaque année, ce fichier sera mis à jour le soir même de l'examen, en juillet comme en septembre. (Le candidat souhaitant consulter sa copie corrigée devra d'abord consulter les solutions proposées à la fin de ce fichier.)
A partir du lien "Algèbre" (bas de la page), on accède directement à une note de synthèse rédigée par un professeur du secondaire; elle peut aussi aider les candidats lors de leur préparation.

La récurrence.

Le principe de récurrence est un schéma de raisonnement dont les applications sont innombrables, non seulement en algèbre mais dans tous les domaines des mathématiques; il est également important dans les applications, en informatique notamment.
Le rappel qui suit est un complément à ce qui est mentionné dans les deux documents évoqués plus haut; le lecteur est invité à faire une recherche sur le mot "récurrence" dans ces deux documents.
Le principe de récurrence concerne l'ensemble $\{0, 1, 2, \ldots\}$ des nombres entiers naturels. Il se résume souvent par la notation suivante:

$$\frac{P(0), \forall n\, [P(n) \Rightarrow P(n+1)]}{\forall n\, P(n)}$$

ou encore

$$\frac{P(0),\ \forall n > 0\, [P(n-1) \Rightarrow P(n)]}{\forall n\, P(n)}$$

On peut l'énoncer en français comme ceci:
Si la propriété P est vraie pour zéro et si, pour un naturel quelconque, chaque fois qu'elle est vraie pour ce naturel elle est aussi vraie pour le naturel suivant, alors elle est vraie pour tous les naturels.
On met en œuvre ce principe quand on souhaite prouver qu'une certaine propriété P est vraie pour tout entier naturel n, ce que l'on note $\forall n\, P(n)$.
La mise en œuvre concrète consiste à démontrer successivement deux choses. La première est que la propriété P est vraie pour le nombre 0 (ce qui est noté $P(0$ ci-dessus). La seconde est que, si la propriété

est vraie pour un naturel n, elle l'est aussi pour le naturel suivant $n+1$ et ce, quel que soit le naturel n considéré; c'est ce que l'on a noté $\forall n\,[P(n) \Rightarrow P(n+1)]$.
De nombreux exemples sont évoqués dans la note de synthèse mentionnée plus haut.
Mettre en œuvre le principe de récurrence revient à prouver, en seulement deux étapes, une infinité de résultats élémentaires, à savoir

$$P(0), P(0) \Rightarrow P(1), P(1) \Rightarrow P(2), \ldots$$

En pratique, l'aspect utile de la récurrence est que, dans la tâche consistant à prouver $P(n+1)$, on a le droit d'utiliser $P(n)$, ce qui, bien souvent, facilite le travail.

Dans la solution proposée à la première question, la propriété $P(n)$ démontrée par récurrence était en fait $Q(n) \wedge Q(n+1)$ (lire: "Q de n et Q de $n+1$"), où $Q(n)$ est l'égalité de l'énoncé, à savoir

$$f_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}\,.$$

Démontrer $P(0)$ revenait donc à démontrer $Q(0) \wedge Q(1)$.
Démontrer (pour $n > 0$) $P(n)$ à partir de $P(n-1)$ revenait donc à démontrer $Q(n) \wedge Q(n+1)$ à partir de $Q(n-1) \wedge Q(n)$, ou encore à démontrer $Q(n+1)$ à partir de $Q(n-1)$ et de $Q(n)$.

On a souvent à opérer de telles petites adaptations pour appliquer utilement le principe de récurrence. Une autre adaptation fréquente est illustrée par un exemple classique.
Théorème. Dans tout polygone convexe à n côtés la somme des angles vaut $2(n-2)\pi$.
On voit que la proposition n'a pas de sens pour $n = 0, 1$ ou 2, mais ce problème disparaît si on réécrit le théorème en:
Théorème. Dans tout polygone convexe à $n+3$ côtés la somme des angles vaut $2(n+1)\pi$.
Maintenant, $n = 0$ correspond au triangle, $n = 1$ au quadrilatère, etc.

Factorisation des polynômes et grille de Horner.

Pour la deuxième question, la plupart des élèves ont, comme suggéré, commencé par factoriser le polynôme proposé. A ce sujet, la note de synthèse évoquée plus haut recommande, pour la factorisation des polynômes, plusieurs méthodes à utiliser *avant* de recourir à la méthode, ou grille, de Horner. Ce conseil était particulièrement judicieux ici. En effet, quand la méthode de Horner ne donne rien, on peut en conclure que le polynôme (à coefficient entier) n'admet pas de racines rationnelles mais cela n'exclut pas qu'il puisse admettre des racines réelles non rationnelles.
Dans le cas de la question, l'emploi de la mise en évidence donnait:

$$P(z) = z^{12} + z^7 + z^5 + 1 = z^7(z^5+1) + (z^5+1) = (z^7+1)(z^5+1)\,,$$

tandis que deux usages consécutifs de la grille de Horner donnaient:

$$P(z) = (z+1)^2(z^{10} - 2z^9 + 3z^8 - 4z^7 + 5z^6 - 5z^5 + 5z^4 - 4z^3 + 3z^2 - 2z + 1)\,.$$

On pouvait ensuite constater que, le polynôme de degré 10 n'admettant ni 1 ni -1 comme racine, il n'admettait aucune racine rationnelle. Il était cependant abusif de conclure, même si c'était vrai ici, que ce polynôme n'admettait aucune racine réelle. En effet, considérons le polynôme $Q(z) = z^2 + 2z - 1$. On a $Q(1) = 2$ et $Q(-1) = -2$ donc il n'admet pas de racines rationnelles. Cependant, on peut écrire:

$$z^2 + 2z - 1 = (z^2 + 2z + 1) - 2 = (z+1)^2 - (\sqrt{2})^2 = (z + 1 - \sqrt{2})(z + 1 + \sqrt{2})\,,$$

ce qui montre l'existence de deux racines réelles.
La méthode de Horner est tentante parce qu'elle ne demande pas de réflexion, tandis que l'usage de la mise en évidence, des groupements et des identités remarquables peut en demander, comme dans le cas du polynôme $R(z) = z^4 + 2z^3 + z^2 - 1$, pour lequel la grille de Horner ne donne rien; cela n'empêche pas de décomposer $R(z)$ en le produit de deux trinômes du second degré:

$$R(z) = (z^4 + 2z^3 + z^2) - 1 = z^2(z+1)^2 - 1 = [z(z+1) - 1]\,[z(z+1) + 1] = [z^2 + z - 1]\,[z^2 + z + 1]$$

puis d'observer que le premier d'entre eux admet deux racines réelles irrationnelles.

Racines n-ièmes de -1; somme et produit de ces racines.

Certains élèves ont choisi de calculer explicitement toutes les racines du polynôme, et d'en déduire la somme et le produit que l'on demandait. Cette manière de faire est parfaitement légitime et intéressante mais il faut prendre garde à ne pas se tromper dans les calculs. Plutôt que de développer les calculs dans les cas particuliers des polynômes $A(z) = z^7 + 1$ et $B(z) = z^5 + 1$, nous considérons le cas général $z^n - 1$, où n est un entier strictement positif quelconque. L'ensemble des racines est:

$$E_n = \{\mathrm{cis}\,[(2k+1)\pi/n] : k = 0, 1, \ldots, n-1\}\,,$$

ou encore, en utilisant la formule de A. de Moivre,

$$E_n = \{(\mathrm{cis}\,[\pi/n])^{2k+1} : k = 0, 1, \ldots, n-1\}\,.$$

On observe alors que les éléments de cet ensemble forment une suite géométrique de n dont le premier terme est $\mathrm{cis}\,[\pi/n]$ et dont la raison est $\mathrm{cis}\,[2\pi/n]$. Il est donc facile d'en calculer la somme et le produit. On a:

$$S_n = \sum_{k=0}^{n-1} \mathrm{cis}\,[(2k+1)\pi/n] = \mathrm{cis}\,(\pi/n) \sum_{k=0}^{n-1} (\mathrm{cis}\,[2\pi/n])^k = \mathrm{cis}\,(\pi/n)(1 - (\mathrm{cis}\,[2\pi/n])^n)/(1 - \mathrm{cis}\,[2\pi/n]) = 0\,,$$

puisque $(\mathrm{cis}\,[2\pi/n])^n = \mathrm{cis}\,[2\pi] = 1$.

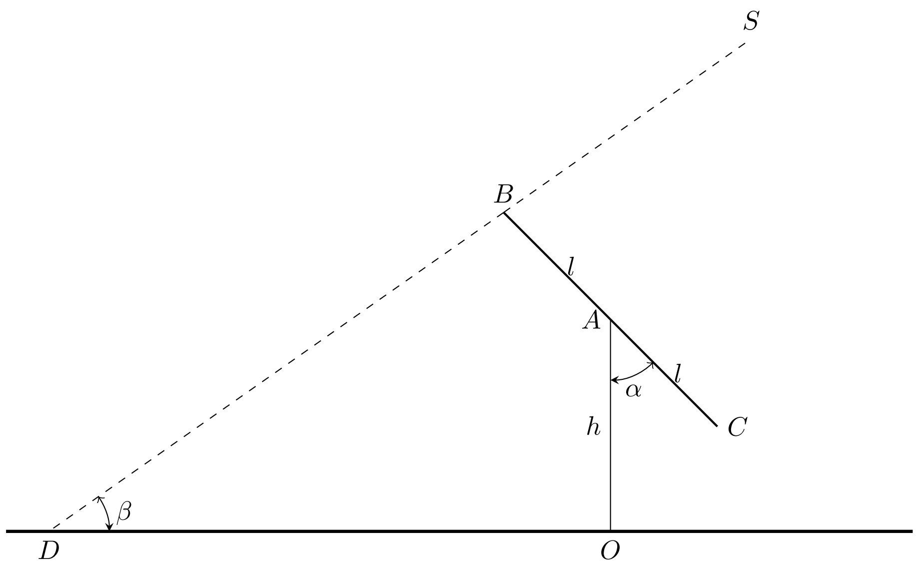
On a aussi:

$$P_n = \prod_{k=0}^{n-1} \mathrm{cis}\,[(2k+1)\pi/n] = \mathrm{cis}\,\left(\left[\sum_{k=0}^{n-1}(2k+1)\right]\pi/n\right) = \mathrm{cis}\,[n^2\pi/n] = \mathrm{cis}\,(n\pi)\,,$$

ce dernier nombre étant 1 si n est pair et -1 si n est impair.

Trigonométrie - Solution type

Un panneau photovoltaïque BC est installé au sommet d'un pylône OA de hauteur h. Un mécanisme permet de modifier l'inclinaison α du panneau photovoltaïque par rapport à la direction verticale. Le panneau photovoltaïque de dimension totale $2l$ est fixé de manière symétrique au pylône ($\overline{AB} = \overline{AC} = l$) et est orienté plein sud pour faire face au soleil lorsque ce dernier se trouve au ze ´nith. Lorsque le soleil se trouve au zénith à une hauteur β par rapport à l'horizon, le panneau génère une ombre derrière lui jusqu'au point D. La situation est représentée sur la coupe nord-sud ci-dessous. Pour simplifier, on considère que le soleil est une source lumineuse ponctuelle.

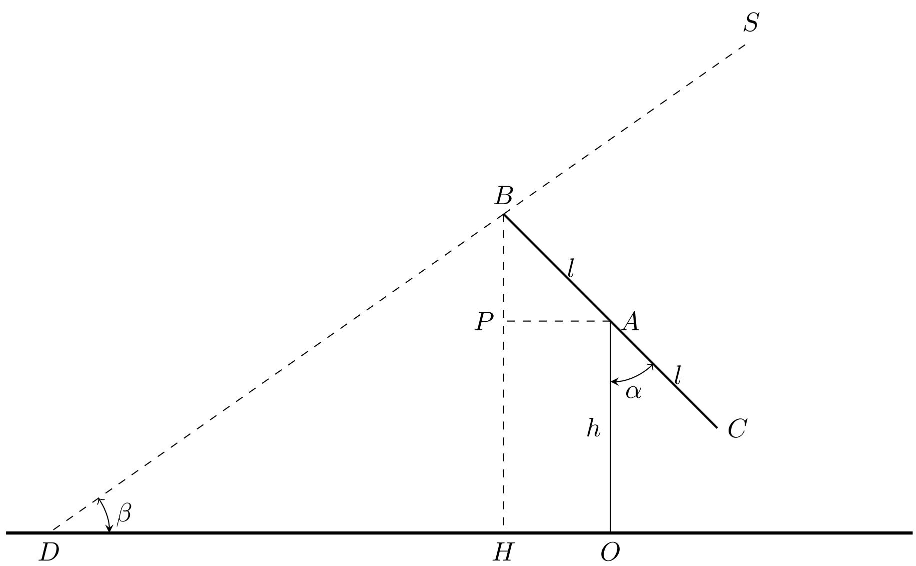


On demande :

1. d'évaluer l'extension de cette ombre en calculant la distance $\overline{OD}$ de manière analytique en fonction des grandeurs h, l, α et β.
2. d'utiliser la relation obtenue au point précédant pour déterminer la valeur de l'inclinaison α pour laquelle la distance $\overline{OD}$, exprimée en mètres, vaut exactement $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$ et pour laquelle $l = 0.5\,\mathrm{m}$, $h = 1\,\mathrm{m}$ et $\beta = \pi/6$.

Solution

Définissons les triangles BHD rectangle en H et BPA rectangle en A.



1. La longueur du segment de droite OD à évaluer peut être décomposée en $\overline{OD} = \overline{DH} + \overline{OH}$. Dans le triangle BHD, nous pouvons écrire :

$$\tan\beta = \frac{\overline{BH}}{\overline{DH}} \Rightarrow \overline{DH} = \frac{\overline{BH}}{\tan\beta} = \frac{\overline{BP} + h}{\tan\beta}$$

Dans le triangle BPA, $\widehat{BAP} = \frac{\pi}{2} - \alpha$ et nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\overline{BP}}{l} & \rightarrow \overline{BP} = l\cos\alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\overline{AP}}{l} & \rightarrow \overline{AP} = l\sin\alpha \end{cases}$$

En notant que $\overline{AP} = \overline{OH}$, il vient :

$$\overline{OD} = \overline{DH} + \overline{AP} = \frac{\overline{BP} + h}{\tan\beta} + l\sin\alpha = \frac{l\cos\alpha + h}{\tan\beta} + l\sin\alpha,$$

qui est la relation demandée.

2. Pour déterminer l'angle α, il suffit d'exprimer, dans la relation précédente $\overline{OD} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$ et de remplacer h, l et β par leur valeur respective :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}.$$

Après simplification, cette équation se réduit à $\sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}$, qui est de la forme $a\cos\alpha + b\sin\alpha = c$. Cette équation peut être résolue en divisant les deux membres de l'égalité par a et en posant $b/a = \tan\phi$. Appliqué à notre équation, cela donne :

$\cos\alpha + \tan\phi \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ où nous avons posé $\tan\phi = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \;\rightarrow\; \phi = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$

Nous pouvons alors développer :

$\cos\alpha + \dfrac{\sin\phi}{\cos\phi}\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \;\Leftrightarrow\; \cos\alpha\cos\phi + \sin\alpha\sin\phi = \cos(\alpha - \phi) = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cos\phi$

En remplaçant l'angle ϕ par sa valeur, on trouve $\cos\phi = \pm\sqrt{3}/2$:

$$\cos(\alpha - \phi) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Dans les deux cas cela conduit aux deux solutions suivantes :

— $\alpha = -\dfrac{\pi}{12} = -15°$ qui, dans le cas d'un panneau photovoltaïque, est à rejeter.

— $\alpha = \dfrac{5\pi}{12} = 75°$ qui est l'inclinaison demandée.

Erreurs fréquentes et remarques

Question 3

- Lorsque vous proposez une solution dans laquelle se trouve un arccos ou un arcsin, il faut toujours vérifier si l'argument est inférieur ou égal à 1 en valeur absolue. Si ce n'est pas le cas, il faut rejeter la solution ou préciser qu'il y a une erreur. Proposer une solution dans laquelle il y a un arccos ou un arcsin invalide sera toujours plus fortement pénalisé que si l'étudiant ajoute une remarque spécifiant que l'argument est invalide.

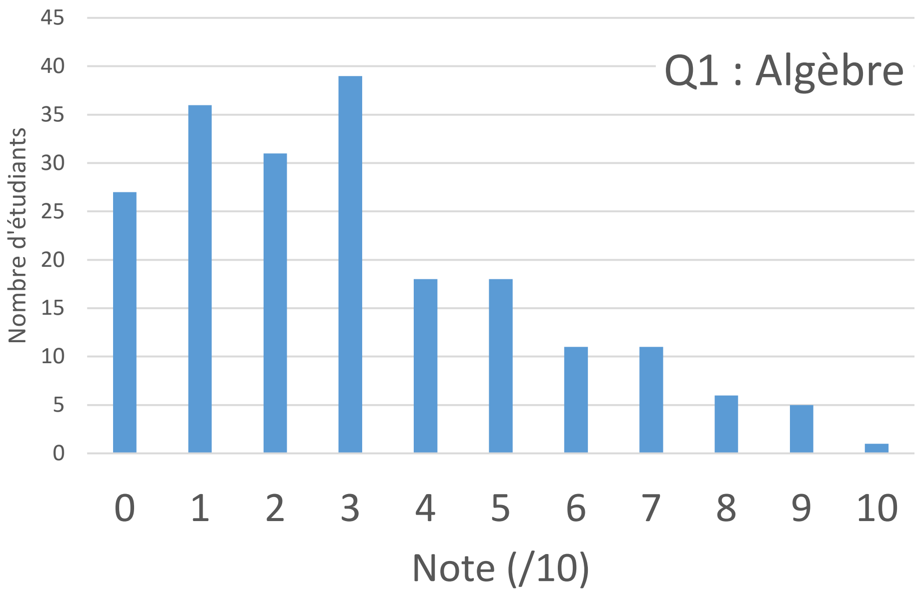
- Dans un problème géométrique, si vous utilisez des points non représentés dans la figure de l'énoncé, il faut toujours les définir. Soit ces points seront représentés sur une figure, soit ils seront définis formellement. Préférez l'utilisation d'une figure propre, présentée en début d'exercice. Cela aide le correcteur. L'énoncé n'est pas rendu, il ne faut donc pas supposer que les annotations sur la figure de l'énoncé est disponible pour le correcteur.

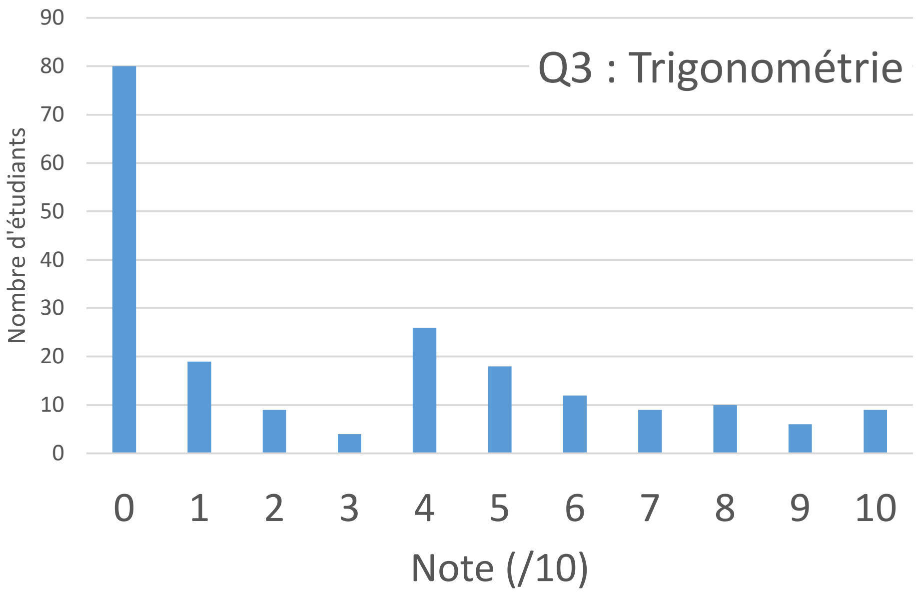
- Des angles qui ont l'air droit sur la figure ne sont pas nécessairement droits si ce n'est pas précisé dans l'énoncé. Par exemple, une erreur fréquente est de croire que $\widehat{DBA}$ est droit. Mais l'angle dépend de l'inclinaison α et ne peut dès lors toujours être droit. De même $\widehat{OCA}$ n'est pas droit.

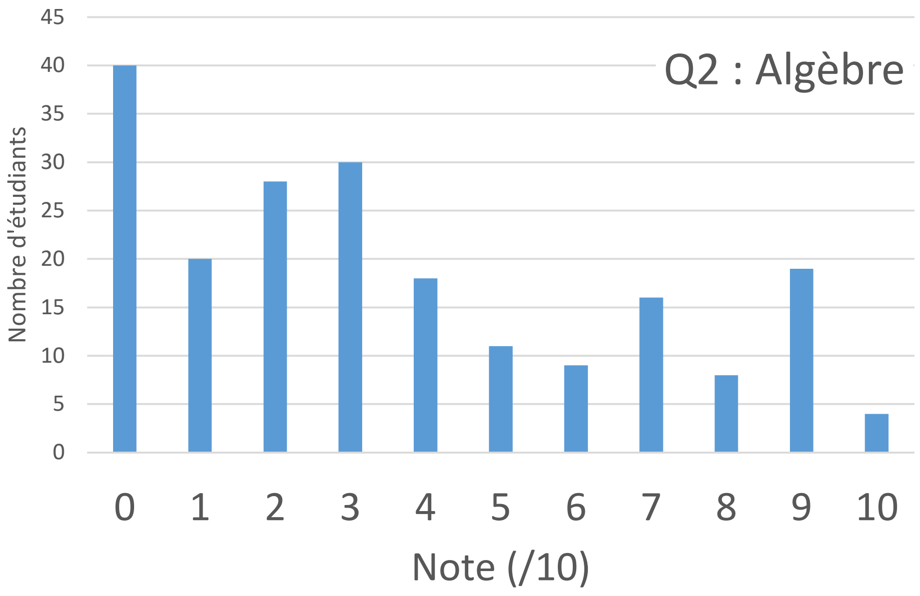
- Il est conseillé de simplifier le plus possible les expressions obtenues. Par exemple, $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ devient $\sin \alpha$.

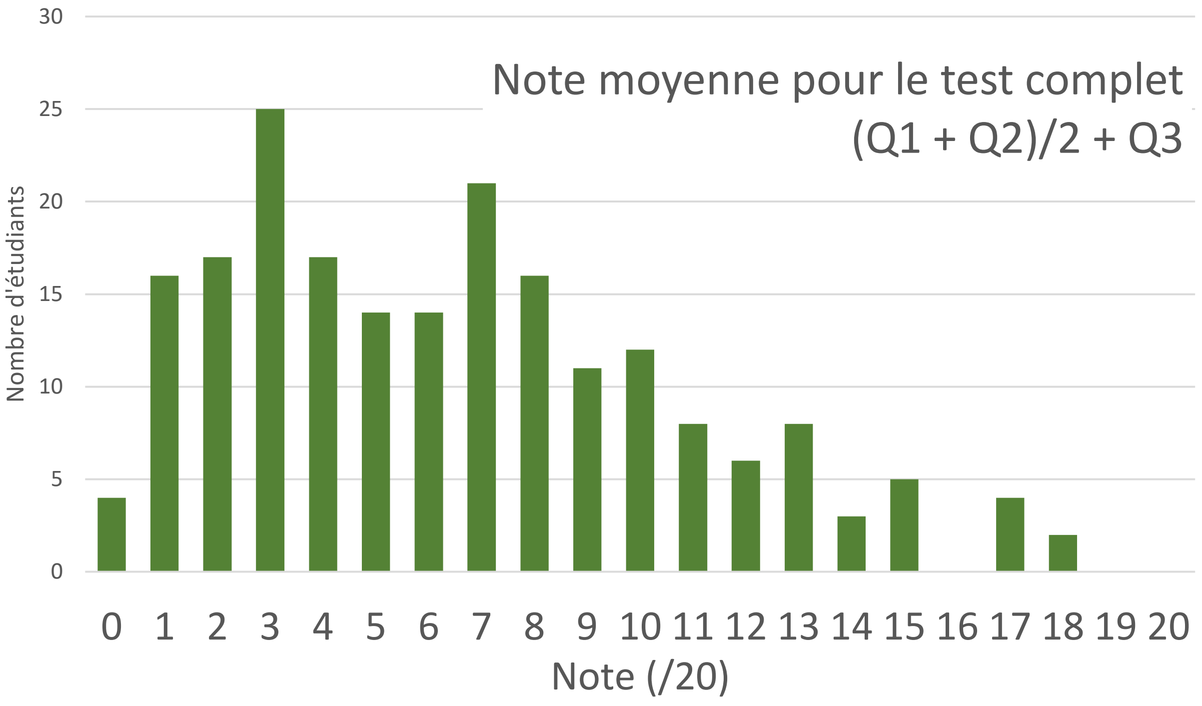
- Dans un problème réel, il faut donner la solution qui a un sens physique. En d'autres termes, il faut faire le calcul analytique jusqu'au bout, et puis rejeter les solutions qui n'ont pas de sens physique. Dans l'exercice 3, l'angle α recherché doit être compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ pour avoir un sens physique.

- Revoir la résolution des équations linéaires du type $a \cos \alpha + b \sin \alpha = c$.


Q1 : Algèbre
Nombre d'étudiants
Note (/10)


Q3 : Trigonométrie
Nombre d'étudiants
Note (/10)


Q2 : Algèbre
Nombre d'étudiants
Note (/10)


Note moyenne pour le test complet
(Q1 + Q2)/2 + Q3
Nombre d'étudiants
Note (/20)